

Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 1. С. 174-181. ISSN 2073-1426
Vestnik of Kostroma State University, 2021, vol. 27, № 1, pp. 174-181. ISSN 2073-1426
Научная статья
УДК 519.83
<https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-174-181>

АКТУАЛИЗАЦИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ СВЯЗЕЙ НА ПРИМЕРЕ УСВОЕНИЯ ПРИНЦИПА «МИНИМАКСА» В ТЕОРИИ ИГР

Кузнецова Наталья Сергеевна, доктор технических наук, Военная академия радиационной, химической и биологической защиты имени Маршала Советского Союза С.К. Тимошенко, Кострома, Россия, leto044@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1818-3602>

Смирнова Анна Ивановна, доцент Военной академии радиационной, химической и биологической защиты имени Маршала Советского Союза С.К. Тимошенко, г. Кострома, Россия, aismirnova.19@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2456-6159>

Аннотация. Актуальность данной работы связана с недостаточностью практического взаимодействия изучаемых дисциплин высшей математики и информатики. Авторы утверждают, что для увеличения интереса необходимо активно использовать информационные технологии непосредственно в ходе занятий по высшей математике. При этом авторы считают, что студент обязательно должен понимать теорию определенных видов расчетов, уметь их осуществлять вручную и только после этого применять автоматизированные методы расчетов. Приведены примеры реализации теории игр в математическом приложении Mathcad, при этом студенты сами разрабатывают программу по предложенному алгоритму, что, несомненно, развивает логическое мышление и показывает студентам наглядное использование междисциплинарных связей двух изучаемых предметов: математики и информатики. Текст содержит примеры авторских текстов математических задач, ориентированных на подготовку курсантов военного вуза. По мнению авторов, при изучении рассматриваемой темы возможно формирование компетенций, необходимых для современного специалиста.

Ключевые слова: теория игр, решение задач, принцип минимакса, компетентностный подход, алгоритм решения, информатика, межпредметные связи

Для цитирования: Кузнецова Н.С., Смирнова А.И. Актуализация междисциплинарных связей на примере усвоения принципа «минимакса» в теории игр // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 1. С. 174-181. <https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-174-181>

Research Article

ACTUALISATION OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS ON THE EXAMPLE OF MASTERING THE “MINIMAX” PRINCIPLE IN GAME THEORY

Natal'ya S. Kuznetsova, Doctor of Technical Sciences, Marshal of the Soviet Union Timoshenko Academy of Radiation, Chemical and Biological Defence, Kostroma, Russia, leto044@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1818-3602>

Anna I. Smirnova, Marshal of the Soviet Union Timoshenko Academy of Radiation, Chemical and Biological Defence, Kostroma, Russia, aismirnova.19@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2456-6159>

Abstract. Topicality of this work is associated with the lack of practical interaction of the studied disciplines of higher mathematics and computer science. The authors argue that in order to increase interest, it is necessary to actively use information technologies right inside the classes in higher mathematics. At the same time, the authors believe that a student must understand the theory of certain types of calculations, must be able to perform them manually and only then, must apply automated calculation methods. Examples of the implementation of game theory in the mathematical application Mathcad are given, while students themselves develop the programme according to the proposed algorithm, which undoubtedly develops logical thinking and shows students the visual use of interdisciplinary connections between two subjects studied – mathematics and computer science. The text contains examples of author's texts of mathematical problems aimed at training students of a military higher education institution. According to the authors, when studying the topic under consideration, it is possible to form the competences necessary for a modern specialist.

Keywords: game theory, problem solving, minimax principle, competency approach, solution algorithm, computer science, intersubject relations

For citation: Kuznetsova N.S., Smirnova A.I. Actualisation of interdisciplinary connections on the example of mastering the “Minimax” principle in game theory. Vestnik of Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics, 2021, vol. 27, № 1, pp. 174-181 (In Russ.). <https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-174-181>

Теория игр относится к числу методов математического моделирования и поиска оптимального решения в практических ситуациях, когда конечный результат зависит от действий двух или нескольких сторон, принимающих решение. Под игрой понимают приспособленную для математического изучения модель конфликтной ситуации. Задачей теории игр является определение оптимальных стратегий сторон в игре [Кремлев: 12–15]. В настоящей статье рассматривается пример, когда в конфликтной ситуации участниками являются два игрока (стороны А и В), причем каждый игрок имеет определенные варианты стратегий. Под стратегией игрока понимается любой возможный ход его действий, то есть выбор игроком конкретной стратегии и ее применение. В парной игре $m \times n$ игрок А имеет m стратегий, а игрок В – n стратегий. Условие игры чаще всего записывается в матричной форме (табл. 1) [Калгин, Шевчук]. Такая матрица называется платежной.

В представленной матрице каждой паре стратегий игроков (A_i, B_j) соответствует платеж a_{ij} – это выигрыш игрока А. Игры, модели которых могут быть представлены в виде матрицы, называют матричными играми. Цель игрока А – определить для себя оптимальную стратегию, которая обеспечит ему с учетом разумных действий противника как можно больший выигрыш. Цель игрока В – при тех же условиях минимизировать выигрыш противника.

Отметим, что на практике составление матрицы игры представляет собой достаточно трудную задачу, связанную с определением стратегий игроков и определением платежей.

Принцип «минимакса»

Теория игр задается ключевым вопросом о том, какая стратегия является оптимальной для каждого игрока. Конечно же, такой стратегией в игре, заданной матрицей, будет та, которая обеспечит игроку самый большой выигрыш. В том случае, когда игра проводится несколько раз, оптимальной станет та стратегия, которая даст игроку максимальный средний выигрыш. При выборе наилучшей стратегии мы должны понимать, что наш соперник так же разумен, как и мы сами, и сделает все, чтобы добиться победы.

Смысл принципа «минимакса»: выбирай ту стратегию, чтобы при наихудшем для нас поведении противника получить максимальный выигрыш. Принцип

«минимакса» – это принцип крайне осторожного игрока, но именно он является основным принципом теории матричных игр. Алгоритм этого принципа достаточно прост.

1. В каждой строке матрицы игры (табл. 1) находим наименьшее значение α_i и записываем эти значения в дополнительный столбец матрицы.

2. Находим максимальное значение из чисел α_i : $\alpha^* = \max \alpha_i = \max \min a_{ij}$ – максимин, или нижняя цена игры.

3. В каждом столбце матрицы игры (табл. 1) находим наибольшее значение β_j и записываем эти значения в дополнительную строку матрицы.

4. Находим минимальное значение из чисел β_j : $\beta^* = \min \beta_j = \min \max a_{ij}$ – минимакс, или верхняя цена игры.

Рекомендации игрокам: игроку А рекомендуется использовать свою максиминную стратегию, т. е. стратегию, соответствующую значению нижней цены игры α^* , при этом его выигрыш будет не меньше нижней цены игры α^* , как бы ни поступал противник.

Игроку В рекомендуется использовать свою минимаксную стратегию, т. е. стратегию, соответствующую значению верхней цены игры β^* , при этом его проигрыш будет не больше верхней цены игры β^* , как бы ни поступал противник.

При знакомстве студентов с принципом «минимакса», как показывает практика, возникают затруднения при уяснении смыслов понятий нижней и верхней цены игры. Поэтому следует особо подчеркнуть следующие выводы:

– в практической игре каждая из сторон должна придерживаться стратегий, определенных по принципу «минимакса»;

– выигрыш стороны А при этом будет не меньше α^* , а стороны В – проигрыш не более β^* ;

– отступление игроков от рекомендуемых стратегий сопряжено с риском ухудшить свой результат.

В тех случаях, когда $\alpha^* = \beta^*$, игра имеет седловую точку – элемент матрицы, являющийся одновременно минимальным в своей строке и максимальным в своем столбце [Калгин, Шевчук]. Общее значение нижней и верхней цены игры является общепринятым в литературе $\alpha^* = \beta^* = v$ и называется чистой ценой игры [Калгин, Шевчук; Кремлев].

Наиболее просто решаются игры с седловой точкой ($\alpha^* = \beta^*$). Такие игры имеют решение в чистых стратегиях; при этом каждая сторона должна при-

Таблица 1

Матрица игры

A_i	B_j				α_i
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	α_1
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	α_2
...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	α_m
β_j	β_1	β_2	...	β_n	

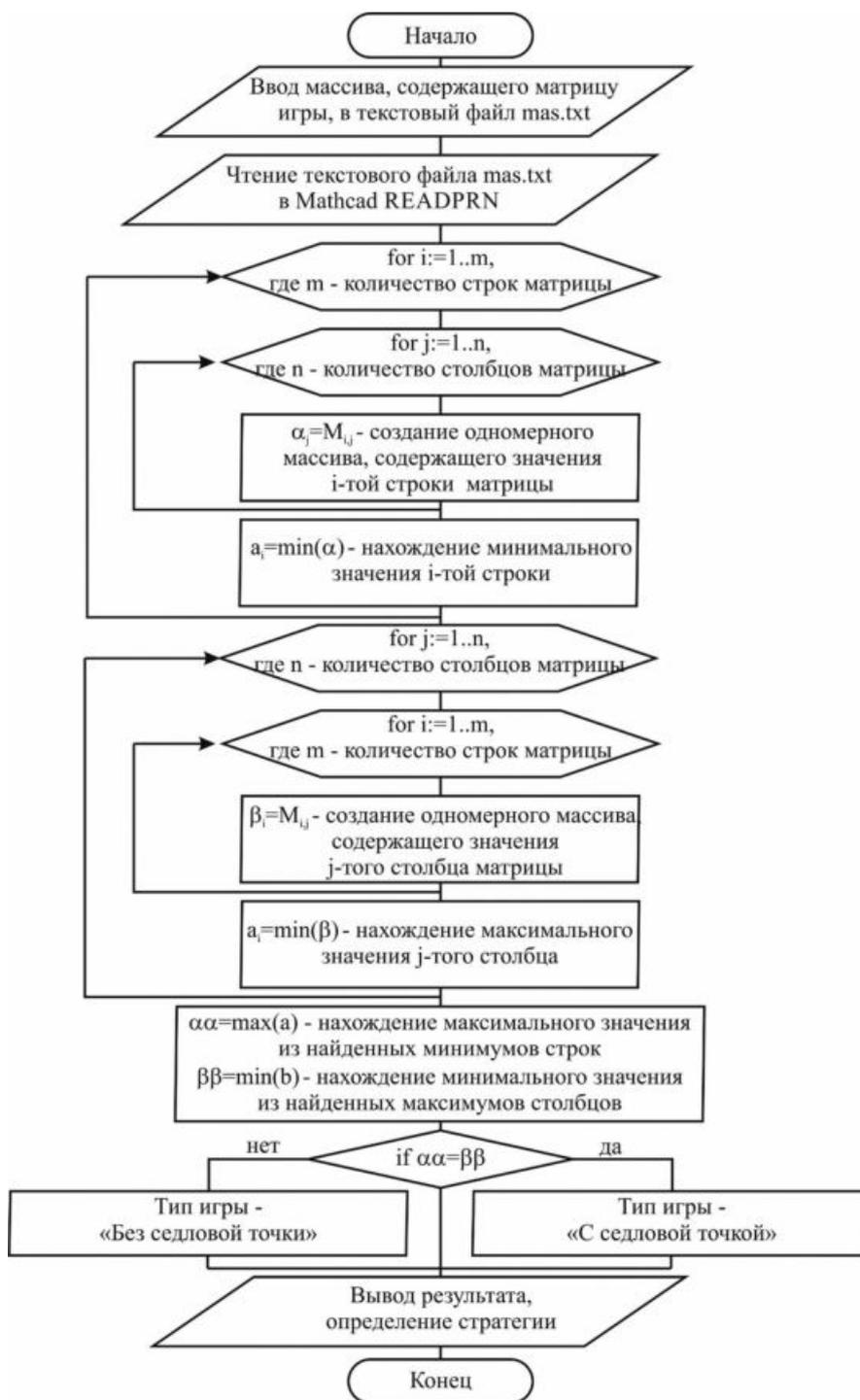


Рис. 1. Алгоритм программы, определяющей тип игры

держиваться только одной оптимальной минимаксной стратегии, отступление от минимаксных стратегий приводит к невыгодным последствиям.

В играх без седловой точки ($\alpha^* \neq \beta^*$) стороны должны сохранять в тайне свои планы о применении той или иной стратегии, что дает им шанс получить более хороший результат. Такие игры имеют решение в смешанных стратегиях: стороны должны применять не одну, а оптимальное сочетание нескольких стратегий.

При изучении теории игр, в частности начального раздела, включающего принцип «минимак-

са», можно достаточно эффективно осуществлять внедрение компетентного подхода к обучению, что является одной из важных задач образовательного процесса [Алисултанова; Волкова, Карпова; Иванова, Черкашин; Саляева]. При изучении данной темы формируется следующая важная компетенция: способность к логическому мышлению, обобщению, критическому осмыслению [Болдакова, Кузнецова], анализу, систематизации, прогнозированию. Важную роль в формировании рассматриваемой компетенции играет развитие навыков математического моделирования, которые вырабатываются при со-

```

M := READPRN("mas.txt")
M =  $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ 
Rez := 1
1
1
for i ∈ 1..rows(M)
  for j ∈ 1..cols(M)
     $\alpha_j \leftarrow M_{i,j}$ 
    1
     $a_i \leftarrow \min(\alpha)$ 
    1
  for j ∈ 1..cols(M)
    for i ∈ 1..rows(M)
       $\beta_i \leftarrow M_{i,j}$ 
      1
       $b_j \leftarrow \max(\beta)$ 
      1
     $\alpha \leftarrow \max(a)$ 
     $\beta \leftarrow \min(b)$ 
    R ← "седловая точка" if  $\alpha = \beta$ 
    R ← "смешанная" if  $\alpha < \beta$ 
    1
    augment( $\alpha$ ,  $\beta$ , R)
Rez = (7 7 "седловая точка")

```

Рис. 2. Программный блок в математическом приложении Mathcad

ставлении матрицы игры (выбор игроков, определение стратегий игроков и платежей). Анализ результатов решения задач теории игр развивает важную составляющую компетенции – способность вырабатывать при решении практических задач алгоритмы эффективной деятельности. Отметим, что решение задач по данной теме способствует формированию всех трех уровней математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений. Методика решения задач теории игр допускает эффективное использование активных методов обучения, в частности арсенала методов и приемов проблемного обучения.

В современных условиях при подготовке специалиста важную роль играет когнитивный подход к обучению. Соединение методов когнитивного и деятельного подхода, как считает В.Ю. Бодряков, повышает эффективность процесса обучения и достижение результатов обучения математике. Исследователь предлагает объединить наиболее эффективные стороны двух подходов с целью достижения синергетического позитивного эффекта [Бодряков]. Рассматриваемый раздел теории игр позволяет достаточно

эффективно внедрить указанные методы. Соединяя эти подходы, для решения подобных задач после того, как студенты усвоили метод ручного просчета, можно использовать математическое приложение Mathcad, в частности его возможности программирования. Студенты получают задание самостоятельно разработать программу, алгоритм которой в виде блок-схемы изображен на рисунке 1. В результате достигаются следующие цели: во-первых, отрабатываются и закрепляются навыки применения принципа «минимакса», во-вторых, студенты учатся писать циклические программы, что, как известно, развивает логическое мышление, в-третьих, так как в настоящее время активно продолжается информатизация образования [Никулина, Стариченко; Саляева], неприменение возможностей ЭВМ на практических занятиях по математике свидетельствует о регрессе. Предлагаемое установление межпредметных связей позволяет также соединить теоретические знания студентов с практическим применением, тем самым формируя другую составляющую компетенции – выработку практического опыта.

Как видно из рисунка 1, представленный алгоритм относится к алгоритмам смешанного типа. В нем присутствует два двойных цикла, в результате выполнения которых определяются минимальные значения по строкам и максимальные значения по столбцам исходной матрицы. Затем в программе определяются необходимые «максимины» и происходит разветвление алгоритма в зависимости от их равенства или неравенства. Далее на основе вывода о том, какой тип игры, пользователь должен определить стратегию решения. Текст программы и пример ее исполнения приведен на рисунке 2.

Рассмотрим типовые задачи, решаемые с помощью теории игр.

Задача выбора вида оружия

Сторона А имеет три типа оружия: $тип_1$, $тип_2$, $тип_3$. Сторона В располагает тремя видами объектов: $объект_1$, $объект_2$, $объект_3$, для поражения которых это оружие предназначено (самолеты, корабли, танки). Известны вероятности поражения i -м типом оружия j -го объекта p_{ij} , приведенные в платежной матрице (табл. 2). Задача стороны А – попасть в цель-объект, при этом вероятность должна быть максимальной. Задача противника В – сохранить объект при минимально возможной вероятности его поражения.

Необходимо дать стороне А рекомендации по рациональному выбору типа оружия, обеспечивающие наилучшее решение боевой задачи при условии, что отсутствуют данные о выборе стороной В объекта.

Решение. Необходимо дать рекомендацию о том, какой тип оружия обеспечит наибольшую вероятность поражения цели, что бы ни делал противник. Применим принцип «минимакса».

1. Найдем минимумы строк α_j и запишем их в дополнительный столбец.

Матрица игры (выбор типа оружия)

Тип оружия mun_i	Вид объекта $объект_i$			α_i
	объект ₁	объект ₂	объект ₃	
тип ₁	0,5	0,4	0,9	0,4*
тип ₂	0,2	0,9	0,1	0,1
тип ₃	0,8	0,0	1,0	0,0
β_j	0,8*	0,9	1,0	$\alpha^* \neq \beta^*$

```

M := READPRN("mas1.txt")
M = (0.5 0.4 0.9
      0.2 0.9 0.1
      0.8 0 1)

Rez := 1
1
1
1
for i ∈ 1..rows(M)
  for j ∈ 1..cols(M)
    αj ← Mi,j
    1
  αi ← min(α)
  1
for j ∈ 1..cols(M)
  for i ∈ 1..rows(M)
    βi ← Mi,j
    1
  βj ← max(β)
  1
αα ← max(α)
ββ ← min(β)
R ← "седловая точка" if αα = ββ
R ← "смешанная" if αα ≠ ββ
1
augment(αα, ββ, R)

rez = (0.4 0.8 "смешанная")

```

Рис. 3. Пример решения задачи

Следует пояснить, что при этом мы определяем по каждой стратегии игрока А его минимальные результаты при всех возможных стратегиях игрока В.

2. Из минимумов строк выбираем наибольший $\alpha^* = \max \alpha_i = \alpha_1 = 0,4$ (в таблице отмечен звездочкой). Это нижняя цена игры, или максимин. Стратегия А₁, соответствующая $\alpha^* = 0,4$, обеспечивает для стороны А результат не ниже значения 0,4 при любых действиях противника.

3. Найдем максимумы столбцов β_j и запишем их в дополнительную строку.

При этом мы определяем для стороны В по каждой его стратегии наихудшие результаты.

4. Из максимумов столбцов определяем наименьший $\beta^* = \min \beta_j = \beta_1 = 0,8$.

Это верхняя цена игры, или минимакс. Для стороны В стратегия В₁, соответствующая значению $\beta^* = 0,8$, обеспечивает результат не хуже, чем 0,8.

Решение в программе Mathcad сводится к созданию текстового файла, например mas1.txt, содержащего значения указанной матрицы игры (рис. 3). Все решение осуществится автоматически в ходе исполнения программы.

Решение заключается в том, что для стороны А оптимальной является стратегия максимина – тип оружия mun_1 , то есть с вероятностью не менее $p = 0,4$ цель-объект будет поражен, что бы ни предпринимал противник (его замыслы неизвестны). Для противника стратегией с лучшим результатом является выбор объекта вида $объект_1$; при этом гарантирована вероятность не более $p = 0,8$ (чем больше вероятность поражения, тем для него хуже).

Необходимо понимать, что в приведенном примере отсутствует седловая точка, о чем свидетельствует неравенство $\alpha^* \neq \beta^*$, и это говорит о том, что все рассуждения справедливы для случая, когда у противника отсутствуют сведения об избранной другой стороной стратегии. Это так называемая неустойчивая стратегия. Как только противник узнает о том, что сторона А применяет оружие типа mun_1 , он сразу же изменит решение и начнет применять объект вида $объект_2$, что улучшит результат, и вероятность поражения снизится до $p = 0,4$.

В тех случаях, когда в подобной задаче противник располагает данными о нашем выборе, необходимо искать решение в смешанных стратегиях.

Задача выбора тактического приема

Мы располагаем тремя различными тактическими приемами: А₁, А₂, А₃. Противник может в свою очередь применить три ответных тактических приема: В₁, В₂, В₃. Известны эффективности нашего i -го тактического приема при применении противником j -го ответного приема: M_{ij} – математическое ожидание числа объектов противника, выведенных из строя.

Наша задача – выполнение тактического приема с максимально возможной эффективностью. Задача противника – снизить эффективность нашего тактического приема до возможного минимума.

Необходимо дать рекомендации по рациональному выбору тактического приема, обеспечивающему наилучшее решение боевой задачи при отсутствии данных о решении противника.

Таблица 3

Матрица игры (выбор тактического приема)

Наши тактические приемы A_i	Тактические приемы противника B_j			α_i
	B_1	B_2	B_3	
A_1	5	6	8	5
A_2	9	[7]	8	7*
A_3	9	7	6	6
β_j	9	7*	8	$\alpha^* = \beta^*$

Решение. Условия задачи заданы матрицей, содержащей математические ожидания числа объектов противника, выведенных из строя, при выборе сторонами своих тактических приемов (табл. 3).

Задача состоит в том, чтобы определить такой тактический прием, применение которого обеспечит максимальное количество пораженных объектов при любых действиях противника.

В крайний правый столбец необходимо записать минимальные значения строк и из них выбрать максимальный (отмечен звездочкой): $\alpha^* = \alpha_2 = 7$. Следовательно, это значение является нижней ценой игры (или имеет название «максимин»). В нижнюю строку таблицы нужно записать максимальные значения столбцов и из них выбрать наименьший $\beta^* = \beta_2 = 7$ (отмечен звездочкой). Следовательно, выбранное значение является верхней ценой игры (или имеет название «минимакс»).

В рассматриваемом примере игра имеет седловую точку, о чем свидетельствует равенство найденных значений: $\alpha^* = \beta^* = 7$.

Решение заключается в том, что нам необходимо систематически применять свою оптимальную стратегию – тактический прием A_2 . При этом мы гарантируем себе результат не менее $M = 7$, независимо от действий противника, поскольку его стратегия нам неизвестна. Для противника оптимальной является стратегия ответный выбор тактического приема B_2 , в этом случае ему гарантируется результат не более $M = 7$ (для противника нежелательным является повышение количества пораженных объектов).

Следовательно, ценой игры в рассматриваемом примере является $v = \alpha^* = \beta^*$, найденное значение определяет седловую точку (в таблице указанное число заключено в прямые скобки). Существование такой седловой точки означает, что принятые к исполнению стратегии обеспечат результат независимо от того, известны противнику или неизвестны принятые нами тактические приемы. Такая стратегия называется устойчивой. Это означает, что если противнику станут известны наши планы о применении стратегии, которая заключается в тактическом приеме A_2 , то он применит ответный прием B_1 или B_3 , чем повысит наш результат до $M_{21} = 9$ или $M_{23} = 8$ соответственно.

Приведенные примеры позволяют студентам понять смысл принципа «минимакса» и отличие рекомендуемых по этому принципу решений для игр без седловой точки и игр с седловой точкой. При ре-

```

M := READPRN("mas2.txt")

M = ( 5 6 8
      9 7 8
      9 7 6 )

Rez := |
1
1
1
for i ∈ 1..rows(M)
  for j ∈ 1..cols(M)
    αj ← Mi,j
  |
  ai ← min(α)
  |
for j ∈ 1..cols(M)
  for i ∈ 1..rows(M)
    βi ← Mi,j
  |
  bj ← max(β)
  |
αα ← max(a)
ββ ← min(b)
R ← "sedlovaya tochka" if αα = ββ
R ← "smeshanaya" if αα ≠ ββ
|
1
augment(αα, ββ, R)

Rez = ( 7 7 "sedlovaya tochka" )
    
```

Рис. 4. Пример решения задачи

шении задач матричных игр с использованием принципа «минимакса» может быть использована компьютерная программа. Ее применение оправдано в следующих случаях:

- студент разработал ее самостоятельно;
- матрица игры имеет большие размеры;
- необходимо быстро провести сравнительный анализ возможных результатов игры при изменении некоторых платежей матрицы.

Рассмотренный подход к изучению раздела теории игр «принцип минимакса» позволяет сделать следующие выводы:

- методика решения задач с использованием компьютерной программы повышает интерес обу-

чающихся к изучаемым вопросам, способствует развитию логического мышления и укрепляет междисциплинарные связи;

– студенты на реальном примере выполняют практическое применение информационных технологий для усвоения математической теории и решения оптимизационных задач;

– несомненное увеличение количества формируемых компетенций в результате усвоения излагаемого материала.

Список литературы

Алисултанова Э.Д. Компетентностный подход в инженерном образовании. М.: Академия Естествознания, 2010. 180 с.

Болдакова И.В., Кузнецова Н.С. Развитие критического мышления в процессе обучения информатике // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. СоциокINETика. 2017. Т. 23. № 2. С. 131–136.

Бодряков В.Ю. Когнитивно-деятельностный подход в обучении математике // Когнитивные исследования в образовании: сб. научных статей VII Междунар. науч.-практ. конф. / под науч. ред. С.Л. Фоменко; под общ. ред. Н.Е. Поповой. 2019. С. 101–108.

Бычкова Д.Д. Формирование предметных компетенций в процессе решения вероятностных задач с помощью компьютера // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. Сер.: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. СоциокINETика. 2011. Т. 17. № 3. С. 29–32.

Волкова М.А., Карпова Е.М. Применение интерактивных форм обучения в процессе формирования компетенций студентов // Вестник Костромского государственного университета. Сер.: Педагогика. Психология. СоциокINETика. 2016. Т. 22. № 3. С. 164–167.

Иванова Т.И., Черкашин О.А. Инновационные преобразования дидактико-педагогического взаимодействия «студент – преподаватель» в учебном процессе высшей школы // Социальная работа: современные проблемы и технологии. Луганск, 2020. С. 113–118.

Калгин А.В., Шевчук А.М. Методы выбора средств поражения объектов и средств активного противодействия воздействию противника на основе математической теории игр // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2014. № 642. С. 83–89.

Кремлев А.Г. Основные понятия теории игр: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 144 с.

Никулина Т.В., Стариченко Е.Б. Информатизация и цифровизация образования: понятия, технологии, управление // Педагогическое образование в России. 2018. № 8. С. 107–113.

Саляева Е.Ю. Формирование профессионально-коммуникативной компетентности бакалавров как актуальная проблема современной професси-

ональной школы // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. Сер.: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. СоциокINETика. 2012. Т. 18. № 4. С. 69–71.

References

Alisultanova E.D. *Kompetentnostnyj podhod v inzhenernom obrazovanii* [Competence-based approach in engineering education]. Moscow, Akademiya Estestvoznaniya Publ., 2010, 180 p. (In Russ.)

Boldakova I.V., Kuznecova N.S. *Razvitie kriticheskogo myshleniya v processe obucheniya informatike* [Development of critical thinking in the process of teaching computer science]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Pedagogika. Psihologiya. Sociokinetika* [Bulletin of kostroma state university. Series: Pedagogy. Psychology. Sotsiogenetiki.], 2017, vol. 23, № 2, pp. 131–136. (In Russ.)

Bodryakov V.YU. *Kognitivno-deyatelnostnyj podhod v obuchenii matematike* [Cognitive-activity approach in teaching mathematics]. *Kognitivnye issledovaniya v obrazovanii: sb. nauch. statej VII Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Cognitive research in education: collection of scientific articles of the VII International Scientific and Practical Conference], ed. by S.L. Fomenko, N.E. Popova, 2019, pp. 101–108. (In Russ.)

Bychkova D.D. *Formirovanie predmetnyh kompetencij v processe resheniya veroyatnostnyh zadach s pomoshch'yu komp'yutera* [Formation of subject competencies in the process of solving probabilistic problems using a computer]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova. Ser.: Pedagogika. Psihologiya. Social'naya rabota. YUvenologiya. Sociokinetika* [Bulletin of the Kostroma State University named after N.A. Nekrasov. Series: Pedagogy. Psychology. Social work. juvenology. Sotsiogenetiki.], 2011, vol. 17, № 3, pp. 29–32. (In Russ.)

Volkova M.A., Karpova E.M. *Primenenie interaktivnyh form obucheniya v processe formirovaniya kompetencij studentov* [Application of interactive forms of learning in the process of forming students' competencies]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Pedagogika. Psihologiya. Sociokinetika* [Bulletin of kostroma state university. Series: Pedagogy. Psychology. Sotsiogenetiki.], 2016, vol. 22, № 3, pp. 164–167. (In Russ.)

Ivanova T. I., Cherkashin O. A. *Innovacionnye preobrazovaniya didaktiko-pedagogicheskogo vzaimodejstviya «Student-prepodavatel'» v uchebnom processe vysshej shkoly* [Innovative transformations of didactic-pedagogical interaction “Student-teacher” in the educational process of higher education]. *Social'naya rabota: sovremennye problemy i tekhnologii* [Social work: modern problems and technologies]. Lugansk, 2020, pp. 113–118. (In Russ.)

Kalgin A.V., Shevchuk A.M. *Metody vybora sredstv porazheniya ob"ektov i sredstv aktivnogo protivodejstviya vozdeystviyu protivnika na osnove matematicheskoj teorii igr* [Methods of selection of means of de-

struction of objects and means of active counteraction to the influence of the enemy on the basis of mathematical game theory]. *Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhayskogo* [Proceedings of the Military Space Academy named after A.F. Mozhaisky], 2014, № 642, pp. 83–89. (In Russ.)

Kremlev A.G. *Osnovnye ponyatiya teorii igr: uchebnoe posobie* [Basic concepts of game theory]. Ekaterinburg, Publ. Ural. un-ta, 2016, 144 p. (In Russ.)

Nikulina T.V., Starichenko E.B. *Informatizatsiya i cifrovizatsiya obrazovaniya: ponyatiya, tekhnologii, upravlenie* [Informatization and digitalization of education: concepts, technologies, management]. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii* [Teacher education in Russia], 2018, № 8, pp. 107–113. (In Russ.)

Salyaeva E.YU. *Formirovanie professional'no-kommunikativnoj kompetentnosti bakalavrov kak aktual'naya*

problema sovremennoj professional'noj shkoly [Formation of professional and communicative competence of bachelors as an actual problem of modern professional school]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova. Seriya: Pedagogika. Psihologiya. Social'naya rabota. YUvenologiya. Sociokinetika* [Bulletin of the Kostroma State University named after N.A. Nekrasov. Series: Pedagogy. Psychology. Social work. juvenology. Sotsiogenetiki.], 2012, vol. 18, № 4, pp. 69–71. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 18.12.2020; одобрена после рецензирования 23.01.2021; принята к публикации 26.02.2021.

The article was submitted 18.12.2020; approved after reviewing 23.01.2021; accepted for publication 26.02.2021.