Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 1. С. 168-173. ISSN 2073-1426
Vestnik of Kostroma State University, 2021, vol. 27, № 1, pp. 168-173. ISSN 2073-1426
Научная статья
УДК 378:51
https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-168-173

КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА КАК ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МЕСТА ТОЧЕК В ПРОСТРАНСТВЕ

Жаров Сергей Викторович, кандидат физико-математических наук, Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, Ярославль, Россия, zharovsergei@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3337-2244

Марголина Наталия Львовна, кандидат физико-математических наук, Костромской государственный университет, Кострома, Россия, nmargolina@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-8593-2987

Медведева Людмила Борисовна, кандидат физико-математических наук, Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны, Ярославль, Россия, lbmedvedeva@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0003-0165-6477

Аннотация. В настоящей статье обосновывается необходимость формирования функциональной грамотности студентов в контексте компетентностного подхода к подготовке будущих учителей математики на примере изучения одной из тем аналитической геометрии. Установлено, что предпосылкой развития любой компетентности, прописанной в стандартах среднего образования, является изначальное существование у студента определённого уровня функциональной грамотности. Обычная грамотность сводится к умению читать, писать и правильно выражать свои мысли. Рассмотрим вопрос достаточно нового понятия функциональной грамотности с точки зрения педагогической специальности. Знакомство с известными учебниками по аналитической геометрии позволяет сказать, что алгебраические поверхности второго порядка в евклидовом пространстве определяются в основном алгебраически, посредством уравнений. Встречается и конструктивный подход: поверхности получаются путем вращения кривых второго порядка вокруг своих осей симметрий и деформацией полученных поверхностей вращения путем сжатия. Метрический подход, применяемый в случае кривых второго порядка, ограничивается лишь формулировкой задач, требующих определить геометрическое место точек в пространстве определенного вида. Исключение составляет статья Д.И. Перепелкина, изданная в 1936 году. В данной статье исследуется множество точек пространства, для которых отношение расстояния до заданной точки к расстоянию до данной прямой, не содержащей эту точку, есть величина постоянная. Исследование проводится геометрически с использованием метода сечений и известных геометрических мест точек на плоскости. В статье исследуются геометрические места точек в пространстве, определяемые метрическими связями с некоторым набором пар точек, прямых и плоскостей. Показано, что любая невырожденная поверхность второго порядка может рассматриваться как некоторое геометрическое место точек пространства, причем не единственное.

Ключевые слова: компетентностный подход, профессиональная компетеньность, функциональная грамотность, математическая грамотность, аналитическая геометрия, поверхность второго порядка, метод сечений, геометрическое место точек, система координат, метод координат, метрические связи

Для цитирования: Марголина Н.Л., Медведева Л.Б., Жаров С.В. Компетентностный подход при изучении раздела поверхностей второго порядка как геометрического места точек в пространстве // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 1. С. 168-173. https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-168-173

Research Article

COMPETENCY APPROACH TO THE STUDY OF THE SECOND-ORDER SURFACE INTERFACE AS THE GEOMETRIC LOCATION OF POINTS IN SPACE

Sergey V. Zharov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Ushinsky Yaroslavl State Pedagogic University, Yaroslavl, Russia, zharovsergei@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3337-2244

Natalia L. Margolina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Kostroma State University, Kostroma, Russia, nmargolina@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-8593-2987

Lyudmila B. Medvedeva, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Yaroslavl Higher Military Institute of the Air Defence, Yaroslavl, Russia, lbmedvedeva@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0003-0165-6477

Abstract. The necessity of the formation of students' functional literacy as a competency approach to the training of future Mathematics teachers is substantiated on the example of studying of one of the topics of analytical geometry. It has been established that a prerequisite for the development of any competency prescribed in the standards of secondary education is the initial existence of a sufficiently new concept of functional literacy for a student of a certain level. The basic literacy comes down to the ability to read, write and express of one's thoughts correctly. Let us consider the issue of functional literacy from the point of view of the pedagogic specialty. Acquaintance with the well-known textbooks of analytic geometry allows us to say that 2nd order algebraic surfaces in Euclidean space are determined in most cases algebraically by means of equations. A constructive approach is also of use – surfaces are obtained by rotating 2nd degree curves around their symmetry axes and by deformation of the resulting surfaces by compression. The metric approach, as it used for 2nd order curves, is restricted only by the formulation of problems to find the certain locus of points in space. The exception is the article Dmitriy Perepyolkin which was published in 1936. In this paper the locus of points in space with the following characteristic property is studied – the ratio of the distance to a given point to the distance to a given straight line is constant. The strait line is assumed not to contain the point. The study is held out in pure geometrical manner – it is done using the method of sections and known loci of points on the surface. In the present article we study the locus of points in space defined by metric relation to a certain set of pairs of points, lines and planes. It is shown that any non-degenerate 2nd order surface can be considered as a certain locus of points of space and this interpretation is not unique.

Keywords: competency approach, professional competency, functional literacy, mathematical literacy, analytical geometry, 2nd order surface, cross section method, locus of points, coordinate system, method of coordinates, metric connections

For citation: Zharov S.V., Margolina N.L., Medvedeva L.B. Competency approach to the study of the second-order surface interface as the geometric location of points in space. Vestnik of Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics, 2021, vol. 27, № 1, pp. 168-173 (In Russ.). https://doi.org/10.34216/2073-1426-2021-27-1-168-173

Одной из составляющих профессиональной компетентности педагога является овладение специальными знаниями о целях, содержании, объектах и средствах труда педагога, а это в свою очередь требует наличия различных глубоких специальных математических знаний и владения методами обучения математике [Бабенко, Марголина, Матыцина, Ширяев: 156]. Последнее является содержательной и технологической составляющими компетентности будущего педагога [Сластенин: 210].

В статье остановимся на содержательной составляющей компетентности будущего педагога, которая тесно связана с понятием функциональной грамотности. Преподавание геометрии в педагогическом вузе имеет свою особенность по сравнению с классическим университетом. Изучение фундаментальных основ курса математики, в частности геометрии, является средством общей подготовки будущего учителя математики. Это положение профессор А.Г. Мордкович [Мордкович: 25] назвал принципом фундаментальности.

Принцип фундаментальности обучения в высшем учебном заведении предполагает не только глубокие теоретические знания, но и возможность формирования навыков исследовательской деятельности. Поэтому фундаментальность в обучении включает научность, полноту и глубину знаний и требует разностороннего творческого мышления [Сластенин: 210].

При изучении геометрических курсов в педагогических вузах имеются большие возможности для формирования и развития исследовательских навыков будущего педагога. Фундаментальность обучения геометрии имеет в качестве основного результата сознательное усвоение знаний и возможность их использования в исследовательских задачах. Функциональная грамотность студента состоит из сочетания тех знаний, умений и навыков, которые он получает при решении различных исследовательских задач.

Можно указать различные разделы геометрии с достаточным количеством задач, имеющих различные способы решения, анализ которых с разных точек зрения требует нестандартного подхода. Одной из тем курса аналитической геометрии, допускающей различные варианты компетентностного подхода в изложении, является тема «Поверхности второго порядка».

В учебной литературе по аналитической геометрии кривые второго порядка определяются по-разному. В одних учебниках [Александров: 114; Ильин, Позняк: 160; Ким, Крицков: 291; Федорчук: 97] эти кривые определяются аналитически – посредством алгебраических уравнений. В других учебных пособиях [Атанасян, Базылев: 74; Базылев, Дуничев, Иваницкая: 131; Лопшиц: 162; Моденов: 258] даются метрические определения: кривые вводятся как геометрические места точек на плоскости, удовлетворяющих определенным характеристическим свойствам.

В учебниках по аналитической геометрии [Александров: 114; Атанасян, Базылев: 74; Базылев, Дуничев, Иваницкая: 131; Лопшиц: 162; Моденов: 258; Постников: 398; Федорчук: 97], предназначенных для студентов математических специальностей классических и педагогических университетов, доказывается также следующее утверждение.

Теорема 1. Геометрическое множество точек плоскости, для каждой из которых отношение расстояния до заданной точки к расстоянию до заданной прямой есть величина постоянная, равная числу ε, является кривой второго порядка: эллипсом, если $\varepsilon < 1$, гиперболой, если $\varepsilon > 1$, параболой, если $\varepsilon = 1$.

Алгебраические поверхности второго порядка в большинстве случаев определяются алгебраически, посредством уравнений. Можно встретить и конструктивный подход. Согласно этому подходу, поверхности получаются путем вращения кривых второго порядка вокруг своих осей симметрий и последующей деформации полученных поверхностей вращения путем сжатия [Атанасян, Базылев: 79; Базылев, Дуничев, Иваницкая: 135]. К конструктивному методу относится и определение линейчатых поверхностей второго порядка с помощью двух проективных пучков плоскостей или рядов точек (Я. Штейнер) [Reye: 256; Sturm: 364]).

Метрический подход для введения поверхностей второго порядка, применяемый в случае кривых второго порядка, можно найти в зарубежных изданиях [Schröter: 254; Todd: 127] XIX века. Эти работы ограничиваются обобщением на случай пространства теоремы 1. Тому же обобщению посвящена и статья Д.И. Перепелкина [Перепелкин: 50], изданная в 1936 году. В работе Д.И. Перепелкина получены эллипсоид вращения, однополостный гиперболоид вращения и параболический цилиндр. Дополнительные соглашения о вычислении расстояний от точек пространства до заданной точки и данной прямой в направлении, которое определяется плоскостью, перпендикулярной плоскости, проходящей через заданную точку и заданную прямую, позволили автору статьи получить следующие поверхности: эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический параболоид и гиперболический цилиндр. Исследование проводится геометрически с использованием метода сечений и привлечением известных геометрических мест точек на плоскости.

Знакомство с изложением темы «Поверхности второго порядка» в различных учебниках по аналитической геометрии, изданных в разное время в нашей стране, позволяет сказать, что невырожденные поверхности второго порядка как геометрические места точек в пространстве в них не рассматриваются. В лучшем случае они содержат формулировки задач, требующих найти геометрическое место точек пространства, которое является той или иной поверхностью второго порядка.

Вышеизложенное обоснование позволяет сформулировать необходимость изучения такого подхода к поверхностям второго порядка с целью повышения математической грамотности будущего педагога и реализации принципа фундаментальности.

В данной работе каждая невырожденная поверхность второго порядка будет получена как некоторое геометрическое место точек в пространстве. При этом основным методом исследования является метод координат.

Задачи 888 и 899 из сборника задач [Клетеник: 136] позволили сформулировать и доказать следующие два утверждения.

Теорема 2. Множество точек пространства, сумма расстояний от каждой из которых до двух заданных точек F_1 и F_2 есть постоянная величина $2a$, большая, чем расстояние между точками F_1 и F_2, является эллипсоидом вращения.

Если $|F_1 F_2| = 2c$ и ортонормированная система координат выбрана так, что $F_1(c, 0, 0)$, $F_2(-c, 0, 0)$, то уравнение этого геометрического места точек имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\ b^2=a^2-c^2.$$

Полученное уравнение определяет эллипсоид вращения. Осью вращения является ось Oz

Теорема 3. Множество точек пространства, для каждой из которых модуль разности расстояний до двух заданных точек F_1 и F_2, есть величина постоянная, равная $2a$ и меньшая, чем расстояние между данными точками, является двуполостным гиперболоидом вращения.

В ортонормированной системе координат, относительно которой $F_1(c, 0, 0)$, $F_2(-c, 0, 0)$, уравнение этого множества точек выглядит следующим образом:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\ b^2=c^2-a^2.$$

Уравнение определяет двуполостный гиперболоид вращения.

Теорема 4. Множество точек пространства, для каждой из которых расстояние до фиксированной точки F равно расстоянию до заданной прямой d, не проходящей через точку F, является параболическим цилиндром [Лопшиц: 412, задача 10].

Если систему координат выбрать так, что F имеет координаты $\left(0,\frac{p}{2},0\right)$, а заданная прямая d определяется уравнениями $x = 0$, $y=\frac{p}{2}$, то уравнение искомого множества точек имеет вид

$$z^2 = 2py.$$

Полученное уравнение определяет параболическую цилиндрическую поверхность.

Исследуя множество точек, о котором идет речь в теореме 1, но в трехмерном пространстве, получим один из результатов статьи [Перепелкин: 50].

Теорема 5. Множество точек пространства, для которых отношение расстояния до фиксированной точки F к расстоянию до фиксированной прямой d таково, что F не лежит на прямой d, имеет постоянное значение e, будет эллипсоидом вращения при $e < 1$, однополостным гиперболоидом вращения при $e > 1$, параболическим цилиндром при $e = 1$.

Следующая часть рассуждений посвящена исследованию геометрических мест точек пространства, определяемых парой прямых. Для скрещивающихся прямых проблема сформулирована в задаче 25 [Моденов: 318]. Решение задачи приводит к следующей теореме.

Теорема 6. Множество точек пространства, отношение расстояний от каждой из которых до двух скрещивающихся прямых равно числу $k \neq 0$, является:

1) гиперболическим параболоидом, если $k = 1$,

2) однополостным гиперболоидом, если $k \neq 1$.

Представляет интерес случай, когда заданные две прямые l_1 и l_2 параллельны. В этом случае имеем следующий аналог предыдущей теоремы.

Теорема 7. Множество точек пространства, отношение расстояний от каждой из которых до двух параллельных прямых равно числу $k > 0$, является

1) плоскостью, относительно которой эти прямые симметричны, если $k = 1$;

2) круговой цилиндрической поверхностью, если $k \neq 1$.

Теорема 8. Множество точек пространства, сумма расстояний от которых до двух параллельных прямых есть величина постоянная, большая, чем расстояние между данными прямыми, является эллиптической цилиндрической поверхностью.

Теорема 9. Множество точек пространства, модуль разности расстояний от которых до двух параллельных прямых есть величина постоянная, меньшая, чем расстояние между данными прямыми, является гиперболической цилиндрической поверхностью.

Теорема 10 (задача 6) [Лопшиц: 412]. Множество точек пространства, для каждой из которых отношение расстояния от заданной точки к расстоянию до заданной плоскости равно числу $k > 0$, является:

1) параболоидом вращения, если $k = 1$,

2) эллипсоидом вращения, если $k < 1$,

3) двуполостным гиперболоидом вращения, если $k > 1$.

Доказательство теоремы аналогично выбору системы теоремы 5.

Рассмотрим в качестве элементов пространства, определяющих множества точек с использованием метрических связей, прямую и плоскость. Тогда справедливы следующие две теоремы.

Теорема 11 (задача 8) [Лопшиц: 412]. Множество точек пространства, равноудаленных от данной прямой и параллельной ей плоскости, является параболическим цилиндром.

Теорема 12 (задача 9) [Лопшиц: 412]. Множество точек пространства, равноудаленных от данной прямой и перпендикулярной ей плоскости, является конической поверхностью.

Проведенное аналитическое исследование геометрических мест точек пространства, связанных определенными метрическими соотношениями со следующими парами элементов пространства: 1) две точки, 2) точка и прямая, 3) две прямые, 4) точка и плоскость, 5) прямая и плоскость, – показывает, что каждое из этих геометрических мест точек является вполне определенной поверхностью второго порядка. В то же время исследование канонического уравнения поверхности не дает однозначного набора пар базисных элементов для определения геометрического места точек, каким является эта поверхность.

Исследование может быть продолжено, поскольку можно рассматривать другие наборы базисных элементов для задания геометрического места точек в пространстве, а также варьировать свойства точек пространства по отношению к этим элементам.

В заключение заметим, что проводить исследование геометрических мест точек в пространстве методом координат предпочтительнее, чем методом сечений с использованием известных фактов из планиметрии.

Выше изложен дополнительный вариант изложения темы «Поверхности второго порядка», при котором поверхности могут рассматриваться как геометрические места точек пространства. Это направление является перспективным в плане формирования математического и общелогического мышления будущего учителя, а вместе с тем стимулирует повышение функциональной грамотности педагога, где одним из направлений является математическая грамотность [Жаров: 69]. Представление о таком построении исследования геометрического материала студенты могут получить при написании курсовых или выпускных квалификационных работ, а также при выполнении профессиональных исследовательских проектов в рамках учебного процесса.

Список литературы

Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968. 912 с.

Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ-мат. фак-тов пед. ин-тов: в 2 ч. М.: Просвещение, 1986. Ч. 1. 336 с.

Бабенко А.С., Марголина Н.Л., Матыцина Т.Н., Ширяев К.Е. Обучение учителей математики в условиях введения профессионального стандарта // Вестник Костромского государственного университета. Сер.: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. № 4. С. 154–160.

Базылев В.Т., Дуничев К.И., Иваницкая В.П. Геометрия: учеб. пособие для студентов 1 курса физмат. фак-тов пед. ин.-тов: в 2 т. М.: Просвещение, 1974. Т. 1. 352 с.

Жаров С.В. Некоторые проблемы формирования функциональной грамотности студентов // Педагогическое взаимодействие: возможности и перспективы: материалы II Междунар. науч.-метод. конф. Саратов: Изд-во Сарат. гос. мед. ун-та, 2020. С. 68–70.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. Вып. 5, 1968. 232 с.

Ким Г.Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 т. М.: Планета знаний, 2007. Т 1. 470 с.

Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1972. 240 с.

Лопшиц А.М. Аналитическая геометрия. М.: Учпедгиз, 1948. 588 с.

Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во МГУ, 1969. 698 с.

Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для студентов механико-математических и физических специальностей. М.: Наука, 1976. 384 с.

Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: дис. ... д-ра пед. наук. М., 1986. 358 с.

Постников М.М. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1973. 752 с.

Перепелкин Д.И. Поверхности второго порядка как геометрические места точек // Сборник статей по элементарной и началам высшей математики. Сер. 1. Матем. просв., 1936. Вып. 5. С. 49–55.

Сластенин В.А., Исаев И.Ф., Шиянов Е.Н. Педагогика: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Академия, 2002. 576 с.

Тестов В.А. О формировании профессиональной компетентности учителя математики // Сибирский учитель, 2007. Вып. 6 (54). С. 35–37.

Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ, 1990. 328 с.

Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. М.: Учпедгиз, 1953. 350 с.

Baker H.F. Principles of Geometry. Cambridge University Press, 1923, vol. 3. 260 p.

Jenner W.E. Rudiments of algebraic geometry. New York, Oxford University Press, 1963, 106 p.

Klein F.V. Über Höhere Geometrie. Berlin, Springer, 1926, 406 p.

Reye T. Die Geometrie der Lage. Leipzig, 1899, 254 p.

Schröter H. Theorie der Oberflächen zweiter Ordnung und der Raumkurven dritter Ordnung. Leipzig, 1880, 720 p.

Todd J.A. Projective and analytical geometry. London, Sir Isaak Pitman, 1947, 290 p.

Sturm R. Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie. Leipzig, D.G. Teubner, 1893, bd. 2, 518 p.

References

Aleksandrov P.S. *Lektsii po analiticheskoi geometrii* [Lectures on analytical geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 912 p. (In Russ.)

Atanasian L.S., Bazylev V.T. *Geometriia: ucheb. posobie dlia studentov fiz-mat. fak-tov ped. in.-tov* [Geometry: textbook. manual for students of physics and mathematics. fak-tov ped. in-tov:]: in 2 vols. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1986, vol. 1, 336 p. (In Russ.)

Babenko A.S., Margolina N.L., Matycina T.N., Shirjaev K.E. *Obuchenie uchitelei matematiki v usloviiakh vvedeniia professional'nogo standarta* [Teaching mathematics teachers in the context of the introduction of a professional standard]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Pedagogika. Psihologija. Sociokinetika* [Bulletin of the Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics], 2020, № 4, pp. 154–160. (In Russ.)

Bazylev V.T., Dunichev K.I., Ivanitskaia V.P. *Geometriia: ucheb. posobie dlia studentov 1 kursa fiz-mat. fak-tov ped.in-tov* [Geometry: textbook. manual for students of the 1st year of physics-mat. fak-tov ped. in-tov]: in 2 vol. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1974, vol. 1, 352 p. (In Russ.)

Zharov S.V. *Nekotorye problemy formirovaniia funktsional'noi gramotnosti studentov* [Some problems of formation of functional literacy of students]. *Pedagogicheskoe vzaimodeistvie: vozmozhnosti i perspektivy: materialy II Mezhdunar. nauch.-metod. konf.* [Pedagogical interaction: opportunities and prospects: materials of the II International Scientific and Methodological Conference]. Saratov, Sarat. gos. med. un-ta Publ., 2020, pp. 68–70. (In Russ.)

Il'in V.A., Pozniak E.G. *Analiticheskaia geometriia* [Analytical geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1968, vol. 5, 232 p. (In Russ.)

Kim G.D., Kritskov L.V. *Algebra i analiticheskaia geometriia* [Algebra and Analytic Geometry]: in 2 vols. Moscow, Planeta znanii Publ., 2007, vol. 1, 470 p. (In Russ.)

Kletenik D.V. *Sbornik zadach po analiticheskoi geometrii* [Collection of problems in analytical geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 240 p. (In Russ.)

Lopshits A.M. *Analiticheskaia geometriia* [Analytical geometry]. Moscow, Uchpedgiz Publ., 1948, 588 p. (In Russ.)

Modenov P.S. *Analiticheskaia geometriia* [Analytical geometry]. Moscow, MGU Publ., 1969, 698 p. (In Russ.)

Modenov P.S., Parkhomenko A.S. *Sbornik zadach po analiticheskoi geometrii: uchebnoe posobie dlia studentov mekhaniko-matematicheskikh i fizicheskikh spetsial'nostei* [Collection of problems in analytical geometry: a textbook for students of mechanical, mathematical and physical specialties]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 384. (In Russ.)

Mordkovich A.G. *Professional'no-pedagogicheskaia napravlennost' spetsi-al'noi podgotovki uchitelia matematiki v pedagogicheskom institute:* dis. ... d-ra ped. nauk [Professional and pedagogical orientation of special training of mathematics teachers at the Pedagogical Institute: DSc thesis]. Moscow, 1986, 358 p. (In Russ.)

Postnikov M.M. *Analiticheskaia geometriia* [Analytical geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 752 p. (In Russ.)

Perepelkin D.I. *Poverkhnosti vtorogo poriadka kak geometricheskie mesta tochek* [Second-order surfaces as geometric places of points]. Sbornik statei po elementarnoi i nachalam vysshei matematiki. Ser. 1. Matem. prosv., 1936, vol. 5, pp. 49–55 (In Russ.)

Slastenin V.A., Isaev I.F., Shiianov E.N. *Pedagogika: ucheb. posobie dlia stud. vyssh. ped. ucheb. zavedenii* [Pedagogy: studies. manual for students. Vyssh. PED. proc. institutions]. Moscow, Akademiia Publ., 2002, 576 p. (In Russ.)

Testov V.A. *O formirovanii professional'noi kompetentnosti uchitelia matematiki* [On the formation of professional competence of a mathematics teacher]. *Sibirskii uchitel'* [Siberian Teacher], 2007, vol 6 (54), pp. 35–37 (In Russ.)

Fedorchuk V.V. *Kurs analiticheskoi geometrii i li-*

neinoi algebry: ucheb. Posobie [Course of analytical geometry and linear algebra: textbook. stipend]. Moscow, MGU Publ., 1990, 328 p. (In Russ.)

Chetverukhin N.F. *Proektivnaia geometriia* [Projective geometry]. Moscow, Uchpedgiz Publ., 1953, 350 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 09.12.2020; одобрена после рецензирования 16.01.2021; принята к публикации 26.02.2021.

The article was submitted 09.12.2020; approved after reviewing 16.01.2021; accepted for publication 26.02.2021.