DOI 10.34216/2073-1426-2020-26-2-211-219
УДК 378.51

Секованов Валерий Сергеевич
Костромской государственный университет
Пигузов Алексей Александрович
Костромской государственный университет
Катержина Светлана Федоровна
Костромской государственный университет
Рыбина Лариса Борисовна
Костромская государственная сельскохозяйственная академия

ВЫПОЛНЕНИЕ МНОГОЭТАПНОГО МАТЕМАТИКО-ИНФОРМАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ «ТЕНТООБРАЗНАЯ И ЛОГИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ» КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ ВУЗА

В статье рассматривается многоэтапное математико-информационное задание «Тентообразная и логистическая функции», выполнение которого нацелено на развитие креативности студентов. Многоэтапное математико-информационное задание (ММИЗ) является специально составленной последовательностью задач, упражнений, проблем и дидактических ситуаций, которые соединяют друг с другом различные виды творческой деятельности. Выполняется ММИЗ студентом под руководством преподавателя и нацелено на развитие его креативности. Данное многоэтапное задание содержит семь этапов. Математическая, информационная и художественная деятельность в процессе выполнения ММИЗ нацелены на развитие важнейших креативных качеств – оригинальности и гибкости мышления. Решая предложенные в ММИЗ задачи, студент ломает стереотипы мышления, выдвигает гипотезы, осуществляет их проверку аналитическими методами и иллюстрирует полученные результаты с помощью компьютерных экспериментов, что также нацелено на развитие его креативности. Важно отметить, что в рамках многоэтапного задания студенту предлагается спроектировать учебные действия, развивающие его креативные качества. Креативные качества необходимы будущему выпускнику вуза, который столкнется с быстро меняющимися условиями социального пространства и современного рынка труда, что потребует от него умения творчески решать сложные профессиональные задачи. При выполнении ММИЗ студент оказывается в роли математика, программиста и компьютерного художника, что повышает его мотивацию к изучаемым дисциплинам и пониманию их глубинных интеграционных связей. При выполнении ММИЗ отмечается практическая значимость исследований студентов – строится математическая модель развития популяций.

Ключевые слова: *многоэтапное математико-информационное задание, креативность, творческая деятельность, дидактические методы, креативное качество, компьютерный эксперимент, тентообразная и логистическая функции, хаос, самоподобие, мотивация.*

Информация об авторах: Секованов Валерий Сергеевич, доктор педагогических наук, профессор, Костромской государственный университет, г. Кострома, Россия.
E-mail: Sekovanovvs@yandex.ru
Пигузов Алексей Александрович, кандидат педагогических наук, доцент, Костромской государственный университет, г. Кострома, Россия.
E-mail: piguzov@ksu.edu.ru
Катержина Светлана Федоровна, кандидат педагогических наук, доцент, Костромской государственный университет, г. Кострома, Россия.
E-mail: svetakaterzhina@mail.ru
Рыбина Лариса Борисовна, кандидат философских наук, Костромская государственная сельскохозяйственная академия, пос. Караваево, Россия.
E-mail: larisa.rybina.2014@mail.ru
Дата поступления статьи: 11.04.2020.

Для цитирования: Секованов В.С., Пигузов А.А., Катержина С.Ф., Рыбина Л.Б. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания «Тентообразная и логистическая функции» как средство развития креативности студентов вуза // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. Т. 26, № 2. С. 211–219. DOI 10.34216/2073-1426-2020-26-2-211-219.

Valery S. Sekovanov
Kostroma State University
Alexey A. Piguzov
Kostroma State University
Svetlana F. Katerzhina
Kostroma State University
Larisa B. Rybina
Kostroma State Agricultural Academy

PERFORMING A MULTI-STAGE MATHEMATICAL-INFORMATIONAL TASK "TENT-LIKE AND LOGISTIC FUNCTIONS" AS A MEANS OF DEVELOPING CREATIVITY OF UNIVERSITY STUDENTS

The paper considers a multi-stage mathematical-informational task "Tent-like and logistic functions", the implementation of which is aimed at developing students' creativity. The multi-stage mathematical information task (MMIS) is a specially composed sequence of tasks, exercises, problems and didactic situations that connect various types of creative activity with each other. It is carried out by the MMIZ student under the guidance of a teacher and is aimed at developing his creativity. This multi-step task contains seven steps. Mathematical, informational and artistic activities in the course of performing MMIZ are aimed at developing the most important creative qualities - originality and flexibility of thinking. Solving the tasks proposed in MMIZ, the student breaks the stereotypes of thinking, puts forward hypotheses, carries out their verification by analytical methods and illustrates the results with the help of computer experiments, which is also aimed at developing his creativity. It is important to note that as part of a multi-stage assignment, the student is invited to design educational activities that develop his creative qualities. Creative qualities are necessary for a future university graduate who will face rapidly changing conditions of the social space and the modern labor market, which will require him to be able to creatively solve complex professional problems. When performing MMIZ, the student becomes a mathematician, programmer and computer artist, which increases his motivation for the studied disciplines and understanding of their deep integration connections. When performing MMIZ, the practical importance of student research is noted - a mathematical model of population development is built.

Keywords: *multi-stage mathematical information task, creativity, creative activity, didactic methods, creative quality, computer experiment, tent-like and logistic functions, chaos, self-similarity, motivation.*

Information about the authors: Valery S. Sekovanov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Kostroma State University, Kostroma, Russia.

E-mail: Sekovanovvs@yandex.ru

Alexey A. Piguzov, Candidate of Pedagogical Sciences, Docent, Kostroma State University, Kostroma, Russia.

E-mail: piguzov@ksu.edu.ru

Svetlana F. Katerzhina, Candidate of Pedagogical Sciences, Docent, Kostroma State University, Kostroma, Russia.

E-mail: svetakaterzhina@mail.ru

Larisa B. Rybina, Candidate of Philosophical Sciences, Kostroma State Agricultural Academy, settlement Karavaevo, Russia.

E-mail: larisa.rybina.2014@mail.ru

Article received: April 11, 2020.

For citation: Sekovanov V.S., Piguzov A.A., Katerzhina S.F., Rybina L.B. Performing a multi-stage mathematical-informational task "Tent-like and logistic functions" as a means of developing creativity of university students. Vestnik of Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics, 2020, vol. 26, № 2, pp. 211–219 (In Russ.). DOI 10.34216/2073-1426-2020-26-2-211-219.

Современному информационному обществу нужны креативные личности, способные творчески мыслить и решать широкий спектр нестандартных задач.

В настоящее время существует несколько характеристик креативности как способности к творчеству [Секованов: 6]. Мы будем понимать креативность как устойчивую характеристику личности, способной творчески мыслить, осуществлять творческую деятельность, изменять стереотипы с целью создания нового, воспринимать и чувствовать проблемы, новизну, красоту и гармонию, прогнозировать результаты деятельности, нестандартно решать широкий круг задач, которые ставит информационное общество.

Большую роль для развития креативности студента, на наш взгляд, оказывает выполнение им многоэтапных математико-информационных заданий (ММИЗ).

Креативности, творческой деятельности, разработке и выполнению ММИЗ посвящены многочисленные работы (А.В. Морозов, Д.Б. Чернилевский, А.В. Хуторской, М. Клякля, В.С. Секованов и др.).

Понятие многоэтапного математико-информационного задания появилось не сразу.

Сначала в работе [Клякля: 2] рассматривались многоэтапные математические задания (ММЗ). При разработке многоэтапного математического задания предусмотрено использование математических методов. Позднее, когда компьютерные технологии стали интенсивно использоваться при решении современных математических задач, в работе [Секованов: 6] было введено понятие «Многоэтапное математико-информационное задание» (ММИЗ), при выполнении которого предусмотрено использование как математических методов, так и информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Многоэтапные математико-информационные задания являются специально составленной последовательностью задач, упражнений, проблем и дидактических ситуаций, которые соединяют друг с другом: различные виды творческой математической деятельности; проведение математико-компьютерных экспериментов; проведение лабораторных работ по математике с использованием ИКТ; решение нестандартных задач по математике, разработку оригинальных алгоритмов для решения математических задач; прогнозирование результатов математической деятельности; поиск информации в Интернете [Секованов: 6].

Мы понимаем многоэтапные математико-информационные задания как лабораторию, в рамках которой происходит творческая математическая и информационная деятельность, нацеленная на развитие креативных качеств бакалавра, магистра и аспиранта.

Особая роль в ММИЗ отводится нестандартным задачам. Опираясь на исследования, нами рассмотрен вопрос о дидактических функциях нестандартных задач на каждом этапе выполнения ММИЗ. К таким задачам мы относим те, которые порождают напряженную ситуацию, требующую для своего разрешения от студента гибкости и критичности мышления, изобретательности, распределения внимания, выработки новых способов действий, что способствует развитию креативности студентов.

Решение нестандартных задач и упражнений, исследование проблемных ситуаций в ходе выполнения ММИЗ предполагает использование эвристических приемов, которые в отличие от приемов алгоритмического типа соответствуют природе и специфике творческого мышления. Обучение эвристическим приемам оказывает положительное влияние на уровень готовности студентов к решению нестандартных задач, так как эти приемы помогают действовать в условиях неопределенности, в принципиально новых ситуациях.

Работа студентов проходит в несколько этапов. Схема-план данного задания представлена на рисунке 1.

Этап 1. На данном этапе студенту следует доказать, что функция $f(x)=\begin{cases}5x, \; x\le \dfrac{1}{2}\\ 5-5x, \; x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$ совпадает с функцией $g(x)=-5\left|x-\dfrac{1}{2}\right|+\dfrac{5}{2}$. Проведенное доказательство даст возможность эффективней исследовать орбиты точек и будет нацелено на развитие гибкости его мышления. Затем студенту необходи-

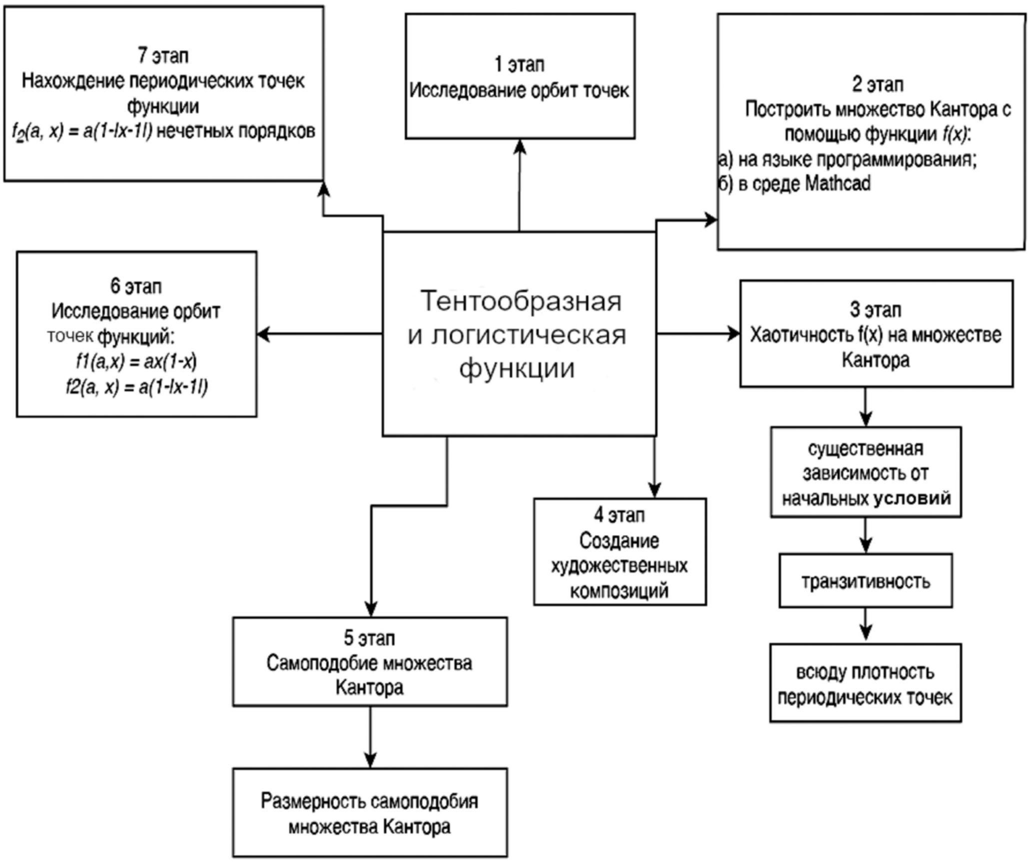

Рис. 1. Схема-план ММИЗ «Тентообразная и логистическая функции»

мо установить, что если $x < 0$ или $x > 1$, то орбита точки $f^{(n)}(x)$ стремится к бесконечности. Далее перед студентом встает задача: орбита каждой ли точки $x \in [0; 1]$ будет ограничена. Он замечает, что орбита точки $x = \frac{1}{2}$ не ограничена, а орбита точки $x = \frac{1}{25}$ ограничена. Далее студент высказывает гипотезу: пятеричным множеством Кантора K^5 функции $f(x) = \begin{cases} 5x, & x \le \frac{1}{2} \\ 5 - 5x, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ будет множество тех точек отрезка [0; 1], орбиты которых ограничены. Проверка данной гипотезы нацелена на развитие оригинальности мышления студента, поскольку связь между пятеричным множеством Кантора и множеством точек, орбиты которых для тентообразной функции $f(x) = \begin{cases} 5x, & x \le \frac{1}{2} \\ 5 - 5x, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ ограничены, неожиданна, и установить ее непросто. Если у студента возникнут трудности, то преподаватель рекомендует ему учебное пособие [Секованов: 13] и проводит консультацию. Студенту также полезно предложить проверку данной гипотезы двумя способами – с помощью исследования орбит точек выше приведенной функции и пятеричной системы счисления. При выполнении первого этапа ММИЗ у студента появляются навыки исследовательской работы, необходимые в будущей профессиональной деятельности.

Этап 2. Зная свойства пятеричного множества Кантора и проведя предварительно компьютерные эксперименты, студент пошагово предлагает следующий алгоритм построения пятеричного множества Кантора. На первом шаге фиксируется точка $x \in [0; 1]$; на втором шаге рассматривается десятая итерация $f^{(10)}(x)$ функции $f(x)$. Если модуль $f^{(10)}(x)$ будет больше единицы, то данная точка пропускается. Если же $f^{(10)}(x) \in [0; 1]$, то точку x окрашиваем в черный цвет; на третьем шаге к точке x добавляется маленькое приращение h, рассматривается точка $x + h$ и выполняются те же операции, которые описаны на первом и втором шагах; на четвертом шаге рассматривается точка $x + 2h$ и т. д. Данная процедура выполняется до тех пор, пока точка $x + nh$ (n – натуральное число) не выйдет за пределы отрезка [0; 1]. В результате закрашенное в черный цвет множество и будет изображать пятеричное множество Кантора.

Далее преподаватель предлагает студенту построить данный математический объект двумя способами:

1) с помощью математического пакета;

2) с помощью языка программирования.

Преподавателю полезно также предложить студенту построение (с последующим обоснованием) пятеричного множества Кантора по следующей схеме:

а) делится отрезок [0; 1] на пять частей;

б) выбрасываются из отрезка [0; 1] три отрезка [0,2; 0,4], [0,4; 0,6], [0,6; 0,8];

в) каждый из оставшихся отрезков [0; 0,2], [0,8; 1,0] вновь делится на пять равных частей и выбрасывается из них три средних отрезка и т. д.

Продолжая данный процесс до бесконечности, получится искомое пятеричное множество Кантора. После выполнения второго этапа у студентов проявляется мотивация к математике и информатике, поскольку интеграция данных дисциплин находится на высоком уровне.

Этап 3. На данном этапе студент знакомится с важнейшим понятием «Хаос». Здесь полезно небольшое выступление преподавателя, нацеленное на мотивацию студента к рассматриваемой теме. Мы живем в нелинейном мире, в котором царствуют хаотические явления. Это прежде всего землетрясения, цунами, революции, эпидемии, смерчи и т. д. Понятие хаоса имеет сложную структуру и включает в себя три компоненты.

В современном представлении хаос – беспорядочное, бесформенное неопределенное состояние вещей. Противоположным понятием хаосу является порядок. Причем хаос – бесструктурность, неустойчивость, стихийность; порядок – это структурность, устойчивость, организованность.

Есть строгое математическое определение хаоса, например, по Девани, включающее три компоненты: 1) существенная зависимость от начальных условий, 2) перемешивание (транзитивность), 3) регулярность (плотность периодических точек).

Напрашивается вывод: хаос – плохо, а порядок – хорошо. Однако это не так. Еще Поль Валери говорил: «Две опасности угрожают миру: порядок и беспорядок». Экзюпери считал: «Жизнь создает порядок. Порядок же бессилен создать жизнь». Выходит, что при всем стремлении к упорядочению какая-то доля хаоса для жизни необходима.

Интересны слова Фридриха Ницше: «Я говорю Вам: нужно носить в себе хаос, чтобы родить танцующую звезду. Я говорю Вам: в Вас есть еще хаос».

Вот что пишет о хаосе Герман Хакен: «Этот тип явлений [хаос] обнаружен к настоящему времени в совершенно различных областях исследований, простирающихся от физики до биологии».

Н.Х. Розов указывает, что в настоящее время понятие хаос становится одним из общеобразовательных понятий, имеющих общекультурное значение.

После краткого вступления преподавателя студент знакомится с определением хаоса, имеющего три компоненты:

1. Существенная зависимость от начальных условий. Пусть (X, ρ) – метрическое пространство и задано отображение $f : X \mapsto X$. $x \in X$, а U – открытое подмножество, содержащее x. Отображение f обладает существенной зависимостью от начальных условий, если для некоторого $\delta > 0$ существует такое целое $n > 0$ и такая точка $y \in U$ что $\rho(f^{(n)}(x), f^{(n)}(y)) > \delta$.

2. Транзитивность. Отображение f называется транзитивным, если для любой пары U, V открытых множеств существует такое $n \geq 0$, что пересечение $f^{(n)}(U) \bigcap V \neq \varnothing$.

3. Всюду плотность периодических точек. Пусть M – множество периодических точек отображения f в метрическом пространстве X.

Отображение $f: X \to X$ называется хаотическим, если выполняются следующие условия:

а) f обладает существенной зависимостью от начальных условий;

б) f транзитивно;

в) замыкание множества М совпадает с множеством X (то есть $\overline{M} = X$).

Далее студент устанавливает хаотичность простейшей функции комплексной переменной $f(z) = z^2$ на единичной окружности радиуса 1 с центром в начале координат.

Затем студент строит дерево Фейгенбаума для логистической функции $f_1(a, x) = ax(1 - x)$, $x \in [0; 1]$, $a \in [0; 4]$ и выявляет переход к хаосу через удвоение периода с помощью данного дерева, построенного на компьютере (рис. 2). Он пошагово поясняет алгоритм построения дерева Фейгенбаума логистической функции:

1) изменяем параметр роста a вдоль оси OX;

2) для каждого значения a по истечении переходного периода рассматриваются 1000 итераций точки экстремума $x = \frac{1}{2}$, которые не наносятся на плоскость;

3) следующие сто итераций (1001, 1002, …, 1100 итерации) наносятся на плоскость и окрашиваются в черный цвет.

Закрашенное в черный цвет множество будет изображать дерево Фейгенбаума (рис. 2)

Этап 4. Здесь студент демонстрирует свою художественную разработку (например, такую, как на рисунке 3 – дерево Мандельброта – Фейгенбаума), полученную с помощью созданной ранее студентами библиотеки фракталов (содержащую множество Мандельброта и дерево Фейгенбаума) и ИКТ. Он убеждается, что выполнение художественной творческой деятельности будет повышать мотивацию как к изучаемым предметам «Фрактальная геометрия», «Тентообразная функция», «Программирование», так и воспитывать чувство гармонии и красоты. Студент отмечает шаги создания композиции:

1) строится (или извлекается из библиотеки) дерево Фейгенбаума;

2) строится (или извлекается из библиотеки) множество Мандельброта;

3) с помощью графического редактора множество Мандельброта вставляется в «пустоты» дерева Фейгенбаума;

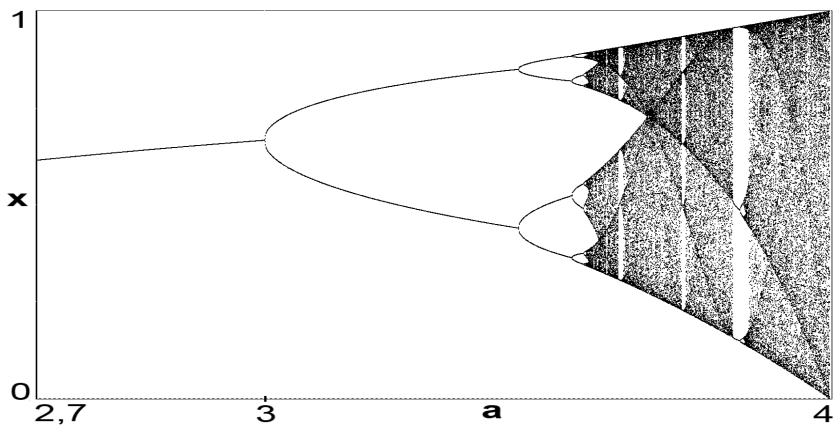

Рис. 2. Дерево Фейгенбаума логистической функции

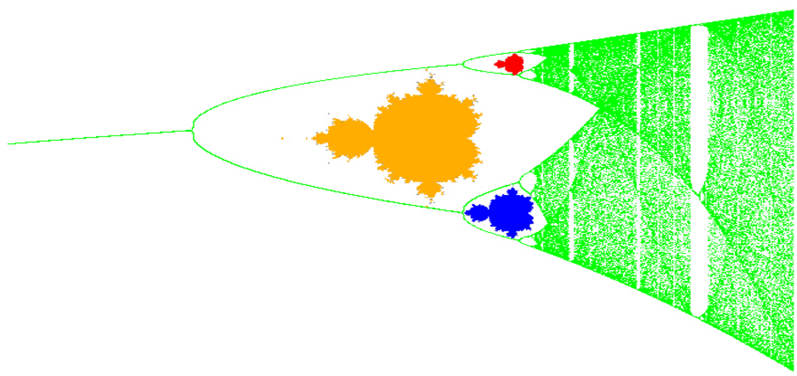

Рис. 3. Дерево Мандельброта – Фейгенбаума

4) с помощью графического редактора дерево Фейгенбаума и множество Мандельброта раскрашиваются в различные цвета (рис. 3).

Таким образом, при выполнении данного этапа ММИЗ студент оказывается в роли не только математика и программиста, но и компьютерного художника. Отметим, что данный подход нацеливает студента на инициативность и гуманизацию математики и информатики, что напрочь отметает сложившийся стереотип, что математик и программист являются «сухарями», не интересующимися ничем, кроме задач и программ.

Этап 5. Студент дает определение понятия самоподобного множества и приводит примеры самоподобных множеств. Затем он убеждается, что размерность самоподобия одноточечного множества – 0, отрезка – 1, квадрата – 2, куба – 3. После приведенных действий студент отмечает, что для данных математических объектов размерность самоподобия совпадает с топологической размерностью. Далее он характеризует топологическую размерность и отмечает, что в школьном и вузовском курсе математики мы привыкли к понятиям топологическая размерность, размерность Евклида, которые выражаются целыми числами. И сказать, что размерность может быть числом дробным, – значит очень сильно удивить и школьника, и студента, а зачастую и преподавателя! Топологическая размерность в математике стала стандартом. У многих математиков на понятие «размерность» выработался прочно сложившийся образец, стандарт, характеризующийся одним словом – стереотип. То есть существует только одна размерность – топологическая. Однако современная наука – фрактальная геометрия – к размерности множества имеет нестереотипный подход, базирующийся на дробной размерности и обусловленный потребностями как естественных, так и гуманитарных наук.

Далее студент показывает, что пятеричное множество Кантора самоподобно и вычисляет его размерность самоподобия. Решая предложенные задачи, студент указывает, что размерность самоподобия искомого множества дробна и равна $log_5 2$. Далее он отмечает, что $0 < log_5 2 < 1$ и подводит итог: пятеричное множество Кантора уже не отрезок и не одноточечное множество, размерность которых соответственно равна 1 и 0. Здесь студент впервые знакомится с дробной размерностью, что приводит к ломке стереотипа на важнейшее математическое понятие размерность.

Этап 6. При выполнении данного этапа от студента требуется обобщение полученных результатов (вводится параметр a) и сравнение двух нелинейных одногорбных функций. На данном этапе динамика функции $f_2(a, x) = a(1 - |x - 1|)$ сравнивается с динамикой логистической функции $f_1(a, x) = ax(1 - x)$, с помощью которой была открыта знаменитая константа Фейгенбаума, вошедшая в первую десятку знаменитых математических констант.

Студент убеждается, что общим для данных функций является их нелинейность, непрерывность и наличие одной точки максимума на соответствующих отрезках. Такой точкой для функции $f_1(a, x) = ax(1 - x)$ является точка $x = \frac{1}{2}$, а для функции $f_2(a, x) = a(1 - |x - 1|)$ – точка $x = 1$. Студентам предлагается найти искомые точки и построить графики данных функций.

Отличием между данными функциями является существование у функции $f_1(a, x) = ax(1 - x)$ точек с четными периодами, а у функции $f_2(a, x) = a(1 - |x - 1|)$ – существование точек с периодами нечетными.

Здесь студенту полезно предложить задачу: найти те значения параметра a, при которых точки экстремума данных функций имеют период 1 и период 2, а полученные результаты сравнить и обосновать. В качестве иллюстрации полученных результатов построить диаграммы Ламерея.

На заключительной стадии выполнения этапа ММИЗ преподавателю полезно поставить перед студентами задачи:

а) будут ли константы Фейгенбаума данных функций различны;

б) проверить, что у функции $f_1(a, x)$ наблюдается сценарий перехода к хаосу через удвоение периода;

в) будет ли у функции $f_2(a, x)$ наблюдаться сценарий перехода к хаосу через нечетные периоды?

Этап 7. При выполнении данного этапа ММИЗ преподавателю полезно предложить студенту провести компьютерный эксперимент, показать, что a приближается к золотому сечению, а потом доказать, что корнем уравнения $f_2^{(3)}(a, 1) = 1$, где $f_2(a, x) = a(1 - |x - 1|)$, где $0 \le x \le 2$, будет золотое сечение – число $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Студент выясняет, что $f_2(a, 1) = a$, $f_2^{(2)}(a, 1) = 2a - a^2$, $f_2^{(3)}(a, 1) = 1$. При проверке равенства $f_2^{(3)}(a, 1) = 1$ студент встретится с кубическим уравнением $a^3 - 2a^2 + 1 = 0$. Для развития важнейших креативных качеств – гибкости мышления и оригинальности мышления – ему следует предложить решить данное уравнение двумя способами: а) с помощью формулы Кардано, б) не используя формулу Кардано – и установить неожиданную связь между найденным значением a и знаменитой математической константой – золотым сечением. Студент должен указать искомый корень, число $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Для развития критичности и гибкости мышления после проделанной работы студенту полезно предложить обратную задачу – выяснить, что $f_2^{(3)}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, x\right) = 1$ при $x = 1$. Он должен убедиться, что: $f_2^{(1)}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, 1\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $f_2^{(2)}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, 1\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $f_2^{(3)}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, 1\right) = 1$.

И последнее задание, связанное с развитием критичности и гибкости мышления: студенту следует дать графическую иллюстрацию полученных результатов с помощью построения диаграммы Ламерея двумя способами: 1) не используя компьютерные средства; 2) с помощью компьютерных средств.

Важной составляющей ММИЗ является его практическая значимость.

После выполнения ММИЗ преподаватель предлагает студенту построить с помощью дерева Фейгенбаума математическую модель развития популяций на примере хищник – жертва наблюдаемого в биологии явления (удвоения периода): песцы и лемминги. Суть модели такова: при умеренном воспроизводстве песцов (*a < 3*) количество леммингов может оказаться достаточным для «пропитания» песцов. В результате устанавливается равновесие между численностью песцов и леммингов. Однако если песцы уничтожат столько леммингов, что в следующем сезоне количества леммингов не хватит для того, чтобы прокормить всех песцов, тогда популяция песцов пойдет на убыль. Уменьшение хищников даст леммингам шанс на восстановление своей популяции, но как только леммингов станет больше, возрастет и поголовье песцов. И мы получаем цикл с периодом в два сезона.

Отметим, что построенная с помощью дерева Фейгенбаума модель отражает динамику Ферхюльста (уравнение Ферхюльста). Исследованию динамики Ферхюльста (уравнения Ферхюльста) посвящены многочисленные работы.

Приведем цитату известного биолога Роберта М. Мэя: «…Поэтому я настоятельно советую, чтобы люди знакомились, скажем, с уравнением Ферхюльста на раннем этапе своего обучения математике… Такое изучение очень обогащало бы интуитивные представления учащегося о нелинейных системах.

Для всех нас было бы лучше, если бы не только в научной работе, но и в повседневной политической и экономической жизни как можно больше людей поняло, что простые нелинейные системы не всегда обладают простыми динамическими свойствами».

В заключение отметим, что при выполнении ММИЗ студент разрабатывает различные способы решения задач и конструирует альтернативные алгоритмы, что позитивно влияет на развитие его креативности. Например, альтернативными алгоритмами при выполнении ММИЗ являются: решение задачи несколькими способами, визуализация математического объекта с использованием математического пакета и языка программирования.

При выполнении ММИЗ студент планирует стратегию решения задач и разработку алгоритмов, прогнозирует тактику профессионального роста.

Список литературы

Катержина С.Ф., Собашко Ю.А., Чебунькина Т.А. Технологический подход в проектировании учебного процесса в вузе // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. Серия: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. Социокинетика. 2015. Т. 21. № 2. С. 125–128.

Клякля М. Формирование творческой математической деятельности учащихся в классах с углубленным изучением математики в школах Польши: дис. … докт. пед. наук. М.: 2003. 285 с.

Козырев С.Б., Секованов В.С. Формирование креативных качеств студентов вуза при изучении пятеричного множества Кантора // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. 2016. № 3. С. 179–182.

Морозов А.В., Чернилевский Д.Б. Креативная педагогика и психология: учеб. пособие. М.: Академический Проект, 2004. 560 с.

Секованов В.С. Формирование креативной личности студента вуза при обучении математике на основе новых информационных технологий. Кострома: КГУ им. Н.А. Некрасова, 2004. 279 с.

Секованов В.С. Методическая система формирования креативности студента университета в процессе обучения фрактальной геометрии. Кострома: КГУ им. Н. А. Некрасова, 2006. 279 с.

Секованов В.С., Бабенко А.С., Селезнева Е.М., Смирнова А.О. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания «Дискретные динамические системы» как средство формирования креативности студентов // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова, 2016. Т. 22. № 2. С. 213–217.

Секованов В.С. Ивков В.А. Пигузов А.А. Фатеев А.С. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания построение фрактальных множеств с помощью L-систем и информационных технологий как средство формирования креативности студентов. М.: Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. № 12. С. 118–125.

Секованов В.С., Фатеев А.С., Дорохова Ж.В. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания «Алгоритмы построения аттракторов нелинейных отображений» как средство формирования креативности студентов // Вестник Костромского государственного университета. 2016. Т. 22. № 4. С. 235–243.

Секованов В.С., Митенева С.В., Рыбина Л.Б. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания Топологическая и фрактальные размерности множеств как средство развития креативности и формирования компетентности студентов // Вестник Костромского государственного университета. 2017. № 5. С. 140–144.

Секованов В.С., Ивков В.А. Многоэтапное математико-информационное задание «Странные аттракторы» // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. 2013. Т. 19. № 5. С. 155, 157.

Секованов В.С. Элементы теории дискретных динамических систем: Учебное пособие. СПб.: Изд-во «Лань», 2018. 180 с.

Секованов В.С. Элементы теории фрактальных множеств: учеб. пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. 248 с.

Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников. М.: ВЛАДОС, 2000. 320 с.

Чебунькина Т.А., Катержина С.Ф., Собашко Ю.А. Необходимость входного контроля по математике в вузе // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2019. № 3. С. 217–221.

Intel «Обучение для будущего» (при поддержке Microsoft). М.: Русская редакция, 2004. 368 с.

References

Katerzhina S.F., Sobashko Iu.A., Chebun'kina T.A. *Tekhnologicheskii podkhod v proektirovanii uchebnogo protsessa v vuze* [Technological approach in the design of the educational process at the university]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova. Seriia: Pedagogika. Psikhologiia. Sotsial'naia rabota. Iuvenologiia. Sotsiokinetika* [Vestnik of Nekrasov Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Social work. Juvenology. Sociokinetics], 2015, vol. 21, № 2, pp. 125–128. (In Russ.)

Kliaklia M. *Formirovanie tvorcheskoi matematicheskoi deiatel'nosti uchashchikhsia v klassakh s uglublennym izucheniem matematiki v shkolakh Pol'shi: dis. ... d-ra ped. nauk* [The formation of creative mathematical activity of students in classes with in-depth study of mathematics in schools in Poland]. Moscow, 2003, 285 p. (In Russ.)

Kozyrev S.B., Sekovanov V.S. *Formirovanie kreativnykh kachestv studentov vuza pri izuchenii piaterichnogo mnozhestva Kantora* [The formation of creative qualities of university students in the study of the fivefold set of Cantor]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova* [Vestnik of Nekrasov Kostroma State University], 2016, № 3, pp. 179–182. (In Russ.)

Morozov A.V., Chernilevskii D.B. *Kreativnaia pedagogika i psikhologiia: Uchebnoe posobie* [Creative pedagogy and psychology]. Moscow, Akademicheskii Proekt Publ., 2004, 560 p. (In Russ.)

Sekovanov V.S. *Formirovanie kreativnoi lichnosti studenta vuza pri obuchenii matematike na osnove novykh informatsionnykh tekhnologii* [The formation of the creative personality of a university student in teaching mathematics based on new information technologies]. Kostroma, KGU im. N.A. Nekrasova Publ., 2004, 279 p. (In Russ.)

Sekovanov V.S. *Metodicheskaia sistema formirovaniia kreativnosti studenta universiteta v protsesse obucheniia fraktal'noi geometrii* [Methodological system for the formation of creativity of a university student in the process of learning fractal geometry]. Kostroma, KGU im. N.A. Nekrasova Publ., 2006, 279 p. (In Russ.)

Sekovanov V.S., Babenko A.S., Selezneva E.M., Smirnova A.O. *Vypolnenie mnogoetapnogo matematiko-informatsionnogo zadaniia "Diskretnye dinamicheskie sistemy", kak sredstvo formirovaniia kreativnosti studentov* [Performing a multi-stage mathematical-informational task "Discrete dynamic systems" as a means of creating students' creativity]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova* [Vestnik of Nekrasov Kostroma State University], 2016, vol. 22, № 2, pp. 213–217. (In Russ.)

Sekovanov V.S., Ivkov V.A., Piguzov A.A., Fateev A.S. *Vypolnenie mnogoetapnogo matematiko-informatsionnogo zadaniia postroenie fraktal'nykh mnozhestv s pomoshch'iu L-sistem i informatsionnykh tekhnologii kak sredstvo formirovaniia kreativnosti studentov* [Performing a multi-stage mathematical-informational task of constructing fractal sets using L-systems and information technologies as a means of creating students' creativity]. Moscow, Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovanie Publ., 2016, № 12, pp. 118–125. (In Russ.)

Sekovanov V.S., Fateev A.S., Dorokhova Zh.V. *Vypolnenie mnogoetapnogo matematiko-informatsionnogo zadaniia "Algoritmy postroeniia attraktorov nelineinykh otobrazhenii" kak sredstvo formirovaniia kreativnosti studentov* [Performing a multi-stage mathematical-informational task "Algorithms for constructing attractors of nonlinear mappings" as a means of creating students' creativity]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova* [Vestnik of Nekrasov Kostroma State University], 2016, vol. 22, № 4, pp. 235–243. (In Russ.)

Sekovanov V.S., Miteneva S.V., Rybina L.B. *Vypolnenie mnogoetapnogo matematiko-informatsionnogo zadaniia Topologicheskaia i fraktal'nye razmernosti mnozhestv kak sredstvo razvitiia kreativnosti i formirovaniia kompetentnosti studentov* [Performing a multi-stage mathematical-informational task. Topological and fractal dimensions of sets as a means of developing creativity and building students' competence]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Kostroma State University], 2017, № 5, pp. 140–144. (In Russ.)

Sekovanov V.S., Ivkov V.A. *Mnogoetapnoe matematiko-informatsionnoe zadanie "Strannye attraktory"* [Multistage mathematical information task "Strange attractors"]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova* [Vestnik of Nekrasov Kostroma State University], 2013, vol. 19, № 5, pp. 155,157. (In Russ.)

Sekovanov V.S. *Elementy teorii diskretnykh dinamicheskikh sistem: ucheb. posobie* [Elements of the theory of discrete dynamical systems]. SPb., Lan' Publ., 2018, 180 p. (In Russ.)

Sekovanov V.S. *Elementy teorii fraktal'nykh mnozhestv: Uchebnoe posobie*. [Elements of the theory of fractal sets]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2015, 248 p. (In Russ.)

Khutorskoi A.V. Razvitie odarennosti shkol'nikov [The development of gifted students]. Moscow, VLADOS Publ., 2000, 320 p. (In Russ.)

Chebun'kina T.A., Katerzhina S.F., Sobashko Iu.A. *Neobkhodimost' vkhodnogo kontrolia po matematike v vuze* [The need for entrance control in mathematics at the university]. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriia: Pedagogika. Psikhologiia. Sotsiokinetika* [Vestnik of Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics], 2019, № 3, pp. 217–221. (In Russ.)

Intel "Obuchenie dlia budushchego" (pri podderzhke Microsoft) ["Learning for the future"]. Moscow, Russkaia redaktsiia Publ., 2004, 368 p. (In Russ.)